

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Ю. Е. Дудовская, О. В. Якубович, Ю. С. Боярович

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Практическое руководство

для студентов заочного факультета специальности 1-40 01 01
«Программное обеспечение информационных технологий»

Гомель
ГГУ им. Ф. Скорины
2012

УДК 519.2(076)
ББК 22.17я73
Д 81

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор В. Н. Семенчук;
кандидат физико-математических наук А. Н. Старовойтов

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Дудовская, Ю. Е.

Д 81 Теория вероятностей и математическая статистика: практ. рук-во / Ю. Е. Дудовская, О. В. Якубович, Ю. С. Боярович; М-во образования РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2012. – 48 с.
ISBN 978-985-439-722-1

В практическом руководстве приведены решения типовых заданий по основным темам курса «Теория вероятностей и математическая статистика»: события и операции над ними, вычисление вероятностей с помощью комбинаторных формул, формула полной вероятности и формула Байеса, схема Бернулли, дискретные случайные величины, абсолютно непрерывные случайные величины, двумерные случайные величины, расчет выборочных характеристик, точечные оценки параметров распределения, коэффициент корреляции, критерий χ^2 - Пирсона. Во второй части издания содержатся варианты контрольных заданий.

Предназначено для студентов заочной формы обучения специальности 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий».

**УДК 519.2(076)
ББК 22.17я73**

ISBN 978-985-439-722-1

© Дудовская Ю. Е., Якубович О. В.,
Боярович Ю. С., 2012
© УО «Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины», 2012

Содержание

Введение	4
1 Решение типовых заданий	5
2 Варианты контрольных заданий	22
Литература	41
Приложение А. Выборки для заданий по математической статистике...	42

Введение

Практическое руководство к контрольной работе по предмету «Теория вероятностей и математическая статистика» предназначено для студентов заочного факультета высших учебных заведений.

В настоящее время математические методы широко используются в различных областях науки, техники, производства. Теория вероятностей и математическая статистика обеспечивает теоретическую базу для широкого круга практических задач обработки результатов реальных экспериментов, испытаний с целью формирования математического описания, выявления закономерностей, прогнозирования и оптимизации работы наблюдаемых систем. Программное обеспечение любого технологического производственного процесса тесно связано с построением математических моделей, которые характеризуются невозможностью однозначно определить значения параметров и состояний. Построение таких моделей базируется на основных понятиях теории вероятностей и математической статистики.

Практическое руководство состоит из двух разделов. В первом разделе приводятся решения типовых заданий по теории вероятностей и математической статистике. Во втором разделе даются варианты контрольных заданий. В практическом руководстве приводится список рекомендуемой литературы, который предлагается использовать при изучении дисциплины.

1 Решение типовых заданий

Задание 1. События и операции над ними

Из партии, содержащей два качественных и одно бракованное изделие, извлекли два изделия. Построить пространство элементарных исходов Ω , подмножества, соответствующие следующим событиям:

$A = \{\text{извлеченные детали качественные}\};$

$B = \{\text{ровно одно изделие качественное}\};$

$C = \{\text{хотя бы одно изделие качественное}\}.$

Описать события AB , $A + C$, $C \setminus B$, \bar{A} .

Решение

Пространство элементарных исходов Ω содержит следующие элементарные исходы: $\omega_1 = (к, к)$ – извлекли два качественных изделия, $\omega_2 = (к, б)$ – первым извлекли качественное, а затем бракованное изделие, $\omega_3 = (б, к)$ – первым извлекли бракованное, а затем качественное изделие. Тогда пространство элементарных исходов $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$.

Найдем подмножества, соответствующие событиям A , B и C :

$A = \{\text{извлеченные детали качественные}\} = \{\omega_1\};$

$B = \{\text{ровно одно изделие качественное}\} = \{\omega_2, \omega_3\};$

$C = \{\text{хотя бы одно изделие качественное}\} = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}.$

Событие AB – событие, которое наступает, когда наступают события A и B одновременно. Поскольку нет исходов, благоприятствующих A и B , то A и B не могут наступить одновременно, т. е. A и B – несовместные события, $AB = \emptyset$. Событие AB – невозможное событие.

Событие $A + C$ – событие, которое наступает, когда наступает одно из событий A или C ; событие $A + C$ содержит исходы, благоприятствующие A или C , т. е. $A + C = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$. Поскольку событие $A + C$ содержит все возможные исходы, то $A + C = \Omega$. Событие $A + C$ – достоверное событие.

Событие $C \setminus B$ – событие, которое наступает, когда наступает событие C , но не наступает событие B ; событие $C \setminus B$ содержит исходы, благоприятствующие C , но не содержит исходы, благоприятствующие B , т. е. $C \setminus B = \{\omega_1\}$.

Событие \bar{A} – событие, которое наступает, когда не наступает событие A ; событие \bar{A} не содержит исходы, благоприятствующие A , т. е. $\bar{A} = \{\omega_2, \omega_3\}$.

Задание 2. Вычисление вероятностей с помощью комбинаторных формул

1. В коробке пять золотых и семь серебряных шаров. Из коробки наугад вынимают три шара. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу трех шаров будет:

- а) ровно два золотых;
- б) хотя бы два золотых.

Решение

Из множества двенадцати шаров выбирается без возвращения три шара. Выборки неупорядоченные, т. к. порядок извлечения не имеет значения. Общее число возможных элементарных исходов испытания равно числу способов, которыми можно извлечь три шара из двенадцати неупорядоченным образом без возвращения, т. е. числу сочетаний из 12 по 3:

$$N = C_{12}^3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = \frac{12!}{3!9!} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 220.$$

а) рассмотрим событие $A = \{\text{среди взятых наудачу трех шаров ровно два золотых}\}$. Событие A происходит, если извлечены два золотых и один серебряный шар. Два золотых шара можно взять из пяти золотых шаров C_5^2 способами; один же серебряный шар из семи серебряных шаров можно взять семью способами. Следовательно, число исходов, благоприятствующих событию A ,

$$N_A = C_5^2 \cdot 7 = \frac{5!}{2!3!} \cdot 7 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 70.$$

Искомая вероятность равна отношению числа исходов, благоприятствующих событию, к числу всех элементарных исходов:

$$P(A) = \frac{N_A}{N} = \frac{70}{220} = \frac{7}{22}.$$

б) рассмотрим событие $B = \{\text{среди взятых наудачу трех шаров хотя бы два золотых}\}$. Событие B есть сумма двух событий:

$$B = B_1 + B_2,$$

где $B_1 = \{\text{среди взятых наудачу трех шаров два золотых и один серебряный шар}\}$,

$B_2 = \{\text{среди взятых наудачу трех шаров три золотых шара}\}$,

B_1 и B_2 – несовместные события.

Тогда

$$P(B) = P(B_1) + P(B_2).$$

Событие $B_1 = A$, поэтому

$$P(B_1) = P(A) = \frac{7}{22}.$$

Найдем вероятность события B_2

$$P(B_2) = \frac{N_{B_2}}{N} = \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{22}.$$

Вероятность события B

$$P(B) = P(B_1) + P(B_2) = \frac{7}{22} + \frac{1}{22} = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}.$$

2. Школьник загадал трехзначное число от 000 до 999. Найти вероятность того, что:

а) задуманное число содержит различные цифры;

б) задуманное число содержит ровно одну цифру 3.

Решение

Из множества цифр от 0 до 9 выбираются три цифры с повторениями. Порядок цифр имеет значение, поэтому выборки упорядоченные. Общее число возможных элементарных исходов испытания равно числу размещений из 10 по 3 с повторениями:

$$N = \overline{A}_{10}^3 = 10^3 = 1000.$$

а) рассмотрим событие $A = \{\text{задуманное число содержит различные цифры}\}$. Из множества цифр от 0 до 9 выбираются упорядоченным образом три цифры без повторений. Следовательно, число исходов, благоприятствующих событию A ,

$$N_A = A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720.$$

Вероятность события A

$$P(A) = \frac{N_A}{N} = \frac{720}{1000} = \frac{18}{25}.$$

б) рассмотрим событие $B = \{\text{задуманное число содержит ровно одну цифру 3}\}$. Воспользуемся основным правилом комбинаторики. Количество элементарных исходов с цифрой 3 на первой позиции

1·9·9. С учетом того, что цифра 3 могла стоять на втором или на третьем месте, число исходов, благоприятствующих событию B

$$N_B = 1 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 3 = 243.$$

Вероятность события B

$$P(B) = \frac{N_B}{N} = \frac{243}{1000}.$$

Задание 3. Формула полной вероятности. Формула Байеса

В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95, а из винтовки без оптического прицела – 0,7. Найти вероятность того, что:

а) мишень поражена, если стрелок стреляет из наудачу взятой винтовки;

б) стрелок стрелял из винтовки без оптического прицела при условии, что мишень поражена.

Решение

а) рассмотрим событие $A = \{\text{мишень поражена}\}$. Поражение мишени зависит от типа выбранной стрелком винтовки. Относительно типа винтовки возможны следующие предположения (гипотезы): $H_1 = \{\text{винтовка с оптическим прицелом}\}$, $H_2 = \{\text{винтовка без оптического прицела}\}$. H_1 и H_2 образуют полную группу. Вероятности гипотез:

$$P(H_1) = \frac{3}{5}, \quad P(H_2) = \frac{2}{5}.$$

Вероятность того, что мишень поражена, при условии, что стрелок стреляет из винтовки с оптическим прицелом,

$$P(A | H_1) = 0,95.$$

Вероятность того, что мишень поражена, при условии, что стрелок стреляет из винтовки без оптического прицела,

$$P(A | H_2) = 0,7.$$

Вероятность события A находим по формуле полной вероятности

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A | H_1) + P(H_2) \cdot P(A | H_2) = \frac{3}{5} \cdot 0,95 + \frac{2}{5} \cdot 0,7 = 0,85;$$

б) вероятность того, что стрелок стрелял из винтовки без оптического прицела при условии, что мишень поражена $P(H_2 | A)$, находим по формуле Байеса

$$P(H_2 | A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A | H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot 0,7}{0,85} = \frac{0,28}{0,85} = \frac{28}{85}.$$

Задание 4. Схема Бернулли

Из урны, содержащей три белых и пять черных шаров, последовательно извлекли пять шаров. Каждый раз извлеченный шар возвращали назад в урну. Найти вероятность того, что:

- а) все извлеченные шары белые;
- б) хотя бы один раз извлекли белый шар.

Решение

Рассмотрим последовательность пяти испытаний, состоящих в извлечении одного шара из урны. После извлечения шар возвращается в урну, поэтому испытания являются независимыми.

В каждом испытании возможны два исхода: «удача» $U = \{\text{извлекли белый шар}\}$, «неудача» $H = \{\text{извлекли черный шар}\}$. Вероятность того, в n независимых испытаниях «удача» происходит k раз вычисляется по формуле Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k},$$

$$\text{где } p = P(U) = \frac{3}{8},$$

$$q = P(H) = \frac{5}{8},$$

$$n = 5.$$

а) рассмотрим событие $A = \{\text{все извлеченные шары белые}\}$. В каждом из пяти испытаний исход «удача» должен произойти пять раз, тогда по формуле Бернулли

$$P(A) = P_5(5) = C_5^5 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^0 = \frac{243}{32768};$$

б) рассмотрим событие $B = \{\text{хотя бы один раз извлекли белый шар}\}$.

$$\begin{aligned} P(B) &= P_5(1) + P_5(2) + P_5(3) + P_5(4) + P_5(5) = \\ &= C_5^1 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^4 + C_5^2 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3 + C_5^3 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^2 + \\ &\quad + C_5^4 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^1 + C_5^5 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^0 = \frac{29643}{32768}. \end{aligned}$$

Можно рассмотреть противоположное событие $\bar{B} = \{\text{ни разу не извлекли белый шар}\}$, $\bar{B} = P_5(0)$, тогда вероятность события B :

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - C_5^0 \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^5 = 1 - \frac{3125}{32768} = \frac{29643}{32768}.$$

Задание 5. Дискретные случайные величины

В урне пять синих и три красных шара. Наудачу извлекают два шара. Случайная величина ξ – количество синих среди извлеченных шаров. Найти:

- а) ряд распределения случайной величины;
- б) функцию распределения случайной величины;
- в) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины.

Решение

а) возможны следующие элементарные исходы, соответствующие извлечению двух шаров из урны: $\omega_0 = \{\text{все извлеченные шары красные}\}$, $\omega_1 = \{\text{извлечены синий и красный шары}\}$, $\omega_2 = \{\text{извлеченные шары синие}\}$. $\xi(\omega_0) = 0$, $\xi(\omega_1) = 1$, $\xi(\omega_2) = 2$. Таким образом, 0, 1, 2 – возможные значения дискретной случайной величины ξ .

Найдем вероятности, с которыми случайная величина принимает свои значения:

$$P\{\xi = 0\} = P(\omega_0) = \frac{C_3^2}{C_8^2} = \frac{3}{28};$$

$$P\{\xi = 1\} = P(\omega_1) = \frac{C_5^1 \cdot C_3^1}{C_8^2} = \frac{15}{28};$$

$$P\{\xi = 2\} = P(\omega_2) = \frac{C_5^2}{C_8^2} = \frac{5}{14}.$$

Таким образом, ряд распределения случайной величины ξ имеет следующий вид:

ξ	0	1	2
p	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{14}$

б) функция распределения случайной величины ξ имеет вид

$$F(x) = P\{\xi < x\} = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{3}{28}, & 0 < x \leq 1; \\ \frac{18}{28}, & 1 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

в) математическое ожидание дискретной случайной величины ξ

$$M\xi = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 = 0 \cdot \frac{3}{28} + 1 \cdot \frac{15}{28} + 2 \cdot \frac{5}{14} = \frac{35}{28}.$$

Дисперсия случайной величины ξ

$$\begin{aligned} D\xi &= M\xi^2 - (M\xi)^2 = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + x_3^2 \cdot p_3 - (M\xi)^2 = \\ &= 0^2 \cdot \frac{3}{28} + 1^2 \cdot \frac{15}{28} + 2^2 \cdot \frac{5}{14} - \left(\frac{35}{28}\right)^2 = \frac{315}{784}. \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ

$$\sigma_\xi = \sqrt{D\xi} = \sqrt{\frac{315}{784}} \approx 0,63.$$

Задание 6. Абсолютно непрерывные случайные величины

Плотность распределения вероятностей абсолютно непрерывной случайной величины ξ

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0,1], \\ cx^2, & x \in [0,1]. \end{cases}$$

Найти:

- а) константу c ;
- б) функцию распределения случайной величины;
- в) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины.

Решение

- а) по свойству плотности распределения вероятностей

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1.$$

В нашем случае

$$\int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^1 cx^2 dx + \int_1^{+\infty} 0 dx = c \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = c \cdot \frac{1}{3} = 1, \quad c = 3;$$

б) функция распределения непрерывной случайной величины ξ

$$F(x) = P\{\xi < x\} = \int_{-\infty}^x p(t) dt.$$

Возможны следующие случаи:

$$1) x < 0, \quad F(x) = \int_{-\infty}^x 0 dt = 0;$$

$$2) 0 \leq x \leq 1, \quad F(x) = \int_{-\infty}^0 0 dt + \int_0^x 3t^2 dt = 3 \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^x = x^3;$$

$$3) x > 1, \quad F(x) = \int_{-\infty}^0 0 dt + \int_0^1 3t^2 dt + \int_1^x 0 dt = 1.$$

Таким образом, функция распределения имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^3, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

в) математическое ожидание случайной величины ξ

$$M\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx = \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^1 x \cdot 3x^2 dx + \int_1^{+\infty} 0 dx = 3 \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{3}{4}.$$

Дисперсия случайной величины ξ

$$\begin{aligned} D\xi &= M\xi^2 - (M\xi)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot p(x) dx - (M\xi)^2 = \int_0^1 x^2 \cdot 3x^2 dx - (M\xi)^2 = \\ &= 3 \cdot \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 - (M\xi)^2 = \frac{3}{5} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{80}. \end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ

$$\sigma\xi = \sqrt{D\xi} = \sqrt{\frac{3}{80}} \approx 0,19.$$

Задание 7. Двумерные случайные величины

Распределение дискретной двумерной случайной величины (ξ, η) задано таблицей:

$\eta \setminus \xi$	-2	2	4
0	0	0,1	0,2
1	0,4	0,1	0,2

Найти:

- одномерные распределения случайных величин;
 - совместную функцию распределения;
 - коэффициент корреляции случайных величин.
- Проверить независимость случайных величин.

Решение

а) рассмотрим случайную величину ξ . Случайная величина принимает три значения: -2, 2 и 4. Для нахождения вероятностей, с которыми случайная величина ξ принимает свои значения, просуммируем вероятности в столбцах таблицы. Ряд распределения случайной величины ξ :

ξ	-2	2	4
p	0,4	0,2	0,4

Аналогично получим ряд распределения случайной величины η (суммируем вероятности в строках)

η	0	1
p	0,3	0,7

б) совместная функция распределения

$$F(x, y) = P\{\xi < x, \eta < y\} = \begin{cases} 0, & x \leq -2, y \leq 0, \\ 0, & -2 < x \leq 2, 0 < y \leq 1, \\ 0,1, & 2 < x \leq 4, 0 < y \leq 1, \\ 0,3, & x > 4, 0 < y \leq 1, \\ 0,4, & -2 < x \leq 2, y > 1, \\ 0,6, & 2 < x \leq 4, y > 1, \\ 1, & x > 4, y > 1. \end{cases}$$

- в) для нахождения коэффициента корреляции найдем:
- математическое ожидание случайной величины ξ

$$M\xi = -2 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,4 = 1,2;$$

- математическое ожидание случайной величины η

$$M\eta = 0 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,7 = 0,7;$$

– среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ

$$\sigma\xi = \sqrt{D\xi} = \sqrt{M\xi^2 - (M\xi)^2} = \sqrt{(-2)^2 \cdot 0,4 + 2^2 \cdot 0,2 + 4^2 \cdot 0,4 - (1,2)^2} = \sqrt{7,36};$$

– среднее квадратическое отклонение случайной величины η

$$\sigma\eta = \sqrt{D\eta} = \sqrt{M\eta^2 - (M\eta)^2} = \sqrt{0^2 \cdot 0,3 + 1^2 \cdot 0,7 - (0,7)^2} = \sqrt{0,21}.$$

Найдем ряд распределения случайной величины $\xi \cdot \eta$:

$\xi \cdot \eta$	-2	0	2	4
p	0,4	0,3	0,1	0,2

Математическое ожидание случайной величины $\xi \cdot \eta$

$$M(\xi \cdot \eta) = -2 \cdot 0,4 + 0 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,2 = 0,2.$$

Таким образом, коэффициент корреляции случайных величин ξ и η

$$r = \frac{M(\xi \cdot \eta) - M\xi \cdot M\eta}{\sigma\xi \cdot \sigma\eta} = \frac{0,2 - 1,2 \cdot 0,7}{\sqrt{7,36} \cdot \sqrt{0,21}} \approx -0,52.$$

Для установления независимости проверим равенство

$$P(\xi = a, \eta = b) = P(\xi = a)P(\eta = b)$$

для всех возможных значений a случайной величины ξ и значений b случайной величины η . Рассмотрим, например, значения $\xi = -2$, $\eta = 0$.

$$P(\xi = -2, \eta = 0) = 0,$$

$$P(\xi = -2)P(\eta = 0) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12,$$

$$P(\xi = -2, \eta = 0) \neq P(\xi = -2)P(\eta = 0).$$

Следовательно, случайные величины ξ и η не являются независимыми.

Задание 8. Расчет выборочных характеристик

В результате наблюдений над случайной величиной ξ получена выборка X объема $n = 30$:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
1,37	0,11	1,56	-0,11	0,23	-0,76	-0,13	-0,64	-0,46	-0,88

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}
-0,56	1,28	1,16	-0,3	-0,31	1,13	-0,17	0,6	-1,16	2,65

x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}	x_{30}
1,55	0,29	-2,16	-0,77	0,93	0,01	-1,56	1,59	-1,13	-1,74

Для заданной выборки X построить вариационный ряд, вычислить следующие выборочные характеристики:

- 1) среднее;
- 2) дисперсию (смещенную и несмещенную);
- 3) среднее квадратическое отклонение;
- 4) медиану.

Построить гистограмму частот.

Решение

Вариационный ряд выборки X имеет следующий вид:

$x_{(1)}$	$x_{(2)}$	$x_{(3)}$	$x_{(4)}$	$x_{(5)}$	$x_{(6)}$	$x_{(7)}$	$x_{(8)}$	$x_{(9)}$	$x_{(10)}$
-2,16	-1,74	-1,56	-1,16	-1,13	-0,88	-0,77	-0,76	-0,64	-0,56

$x_{(11)}$	$x_{(12)}$	$x_{(13)}$	$x_{(14)}$	$x_{(15)}$	$x_{(16)}$	$x_{(17)}$	$x_{(18)}$	$x_{(19)}$	$x_{(20)}$
-0,46	-0,31	-0,3	-0,17	-0,13	-0,11	0,01	0,11	0,23	0,29

$x_{(21)}$	$x_{(22)}$	$x_{(23)}$	$x_{(24)}$	$x_{(25)}$	$x_{(26)}$	$x_{(27)}$	$x_{(28)}$	$x_{(29)}$	$x_{(30)}$
0,6	0,93	1,13	1,16	1,28	1,37	1,55	1,56	1,59	2,65

Вычислим выборочные характеристики.

- 1) выборочное среднее

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i = \frac{1}{30} (37 + 0,11 + 1,56 + \dots + (-1,74)) \approx 0,05;$$

- 2) выборочная смещенная дисперсия

$$\tilde{S}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2,$$

$$\tilde{S}^2 = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i^2 - (\bar{x})^2 = \frac{1}{30} (37^2 + 0,11^2 + 1,56^2 + \dots + (-1,74)^2) - 0,05^2 \approx 1,26.$$

Выборочная несмещенная дисперсия

$$S^2 = \frac{30}{30-1} \tilde{S}^2 = \frac{30}{29} \cdot 1,26 \approx 1,3;$$

- 3) выборочное среднее квадратическое отклонение

$$\tilde{S} = \sqrt{\tilde{S}^2} = \sqrt{1,26} \approx 1,12;$$

4) выборочная медиана

$$\hat{Me} = \begin{cases} x_{(l+1)}, n = 2l + 1; \\ \frac{x_{(l)} + x_{(l+1)}}{2}, n = 2l. \end{cases}$$

Объем выборки $n = 30$ – четное число, поэтому выборочная медиана

$$\hat{Me} = \frac{x_{(15)} + x_{(15+1)}}{2} = \frac{-0,13 + (-0,11)}{2} \approx -0,12.$$

Построим интервальный вариационный ряд выборки. Разобьем отрезок $[x_{(1)}, x_{(30)}] = [-2,16; 2,65]$ на 6 равных промежутков. Длина интервала $h = \frac{x_{(30)} - x_{(1)}}{k} = \frac{2,65 - (-2,16)}{6} \approx 0,8$. Найдем концы интервалов по формуле

$$z_i = x_{(1)} + (i-1)h, i = \overline{1,7}.$$

$$z_1 = x_{(1)} = -2,16, z_2 = x_{(1)} + h = -1,36, z_3 = x_{(1)} + 2h = -0,56,$$

$$z_4 = x_{(1)} + 3h = 0,24,$$

$$z_5 = x_{(1)} + 4h = 1,04, z_6 = x_{(1)} + 5h = 1,84, z_7 = x_{(1)} + 6h = 2,65.$$

Найдем μ_i – количество элементов выборки, попавших в i -й интервал $[z_i; z_{i+1})$:

$$\mu_1 = 3, \mu_2 = 6, \mu_3 = 10, \mu_4 = 3, \mu_5 = 7, \mu_6 = 1.$$

Таким образом, интервальный вариационный ряд выборки

Интервал	$[-2,16; -1,36)$	$[-1,36; -0,56)$	$[-0,56; 0,24)$	$[0,24; 1,04)$	$[1,04; 1,84)$	$[1,84; 2,65]$
Частота	3	6	10	3	7	1

Гистограмма частот изображена на рисунке 1.

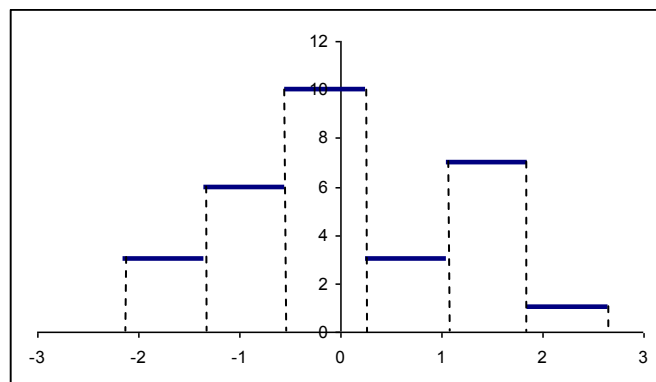


Рисунок 1

Задание 9. Точечные оценки параметров распределения

Предполагая, что выборка X из задания 8 получена из генеральной совокупности с плотностью распределения вероятностей

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b], \\ 0, & x \notin [a, b], \end{cases}$$

методом моментов найти точечные оценки параметров a и b .

Решение

Рассматриваемое распределение имеет два неизвестных параметра, поэтому будет два уравнения. Определим начальные теоретические моменты.

$$b_1 = \int_a^b xp(x)dx = \int_a^b \frac{x}{b-a} dx = \frac{a+b}{2};$$

$$b_2 = \int_a^b x^2 p(x)dx = \int_a^b \frac{x^2}{b-a} dx = \frac{a^2 + ab + b^2}{3}.$$

По выборке определим значения выборочных моментов

$$b_1^* = \bar{x} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i \approx 0,05;$$

$$b_2^* = \overline{x^2} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i^2 \approx 1,26.$$

Составим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{a+b}{2} = 0,05, \\ \frac{a^2 + ab + b^2}{3} = 1,26. \end{cases}$$

Решив ее относительно неизвестных параметров a и b , получим

$$a_1 = -1,89, \quad b_1 = 1,99;$$

$$a_2 = 1,99, \quad b_2 = -1,89.$$

Поскольку $a < b$,

$$\hat{a} = -1,89,$$

$$\hat{b} = 1,99.$$

Задание 10. Коэффициент корреляции

Для заданных выборок X и Y

$x_1 = 1,37$	$x_6 = -0,76$	$x_{11} = -0,56$	$x_{16} = 1,13$	$x_{21} = 1,55$	$x_{26} = 0,01$
$x_2 = 0,11$	$x_7 = -0,13$	$x_{12} = 1,28$	$x_{17} = -0,17$	$x_{22} = 0,29$	$x_{27} = -1,56$
$x_3 = 1,56$	$x_8 = -0,64$	$x_{13} = 1,16$	$x_{18} = 0,6$	$x_{23} = -2,16$	$x_{28} = 1,59$
$x_4 = -0,11$	$x_9 = -0,46$	$x_{14} = -0,3$	$x_{19} = -1,16$	$x_{24} = -0,77$	$x_{29} = -1,13$
$x_5 = 0,23$	$x_{10} = -0,88$	$x_{15} = -0,31$	$x_{20} = 2,65$	$x_{25} = 0,93$	$x_{30} = -1,74$

$y_1 = 0,08$	$y_6 = 0,89$	$y_{11} = 0,92$	$y_{16} = 0,47$	$y_{21} = 1,48$	$y_{26} = 0,59$
$y_2 = 0,64$	$y_7 = 1,44$	$y_{12} = 0,51$	$y_{17} = 0,11$	$y_{22} = 1,61$	$y_{27} = 0,34$
$y_3 = 1,59$	$y_8 = 0,72$	$y_{13} = 0,52$	$y_{18} = 1,27$	$y_{23} = 1,47$	$y_{28} = 0,17$
$y_4 = 1,75$	$y_9 = 1,26$	$y_{14} = 0,43$	$y_{19} = 1,33$	$y_{24} = 0,98$	$y_{29} = 0,20$
$y_5 = 0,74$	$y_{10} = 0,03$	$y_{15} = 1,06$	$y_{20} = 0,32$	$y_{25} = 0,54$	$y_{30} = 0,27$
					$y_{31} = 0,44$

- 1) вычислить выборочный коэффициент корреляции;
- 2) построить уравнения линейной регрессии Y на X и X на Y .

Решение

Объем второй выборки $n_2 = 31$ больше объема первой $n_1 = 30$, поэтому можно не учитывать последнее значение (0,44) во второй выборке, рассматривая только 30 первых значений.

- 1) выборочный коэффициент корреляции

$$\hat{r} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\tilde{S}_x \tilde{S}_y},$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i, \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad \tilde{S}_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2}, \quad \tilde{S}_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - (\bar{y})^2}.$$

$$\hat{r} = \frac{\frac{1}{30} (1,37 \cdot 0,08 + 0,11 \cdot 0,64 + \dots + (-1,74) \cdot 0,27 - 0,05 \cdot 0,79)}{1,12 \cdot 0,51} \approx -0,08;$$

- 2) выборочное уравнение линейной регрессии Y на X имеет вид:

$$y = b_1 x + b_0, \text{ где } b_0 = \bar{y} - \hat{r} \frac{\tilde{S}_y}{\tilde{S}_x} \bar{x}, \quad b_1 = \hat{r} \frac{\tilde{S}_y}{\tilde{S}_x}.$$

$$b_0 = 0,79 - (-0,08) \cdot \frac{0,51}{1,12} \cdot 0,05 \approx 0,79, \quad b_1 = (-0,08) \cdot \frac{0,51}{1,12} \approx -0,03.$$

Таким образом, искомое уравнение:

$$y = -0,03x + 0,79 .$$

Выборочное уравнение линейной регрессии X на Y имеет вид:

$$x = b_1^* y + b_0^* ,$$

где $b_0^* = \bar{x} - \hat{r} \frac{\tilde{S}_X}{\tilde{S}_Y} \bar{y} ,$

$$b_1^* = \hat{r} \frac{\tilde{S}_X}{\tilde{S}_Y} .$$

$$b_0^* = 0,05 - (-0,08) \cdot \frac{1,12}{0,51} \cdot 0,79 \approx 0,19 , \quad b_1^* = (-0,08) \cdot \frac{1,12}{0,51} \approx -0,17 .$$

Таким образом, искомое уравнение:

$$x = -0,17 y + 0,19 .$$

На рисунке 2 изображены графики линейной регрессии.

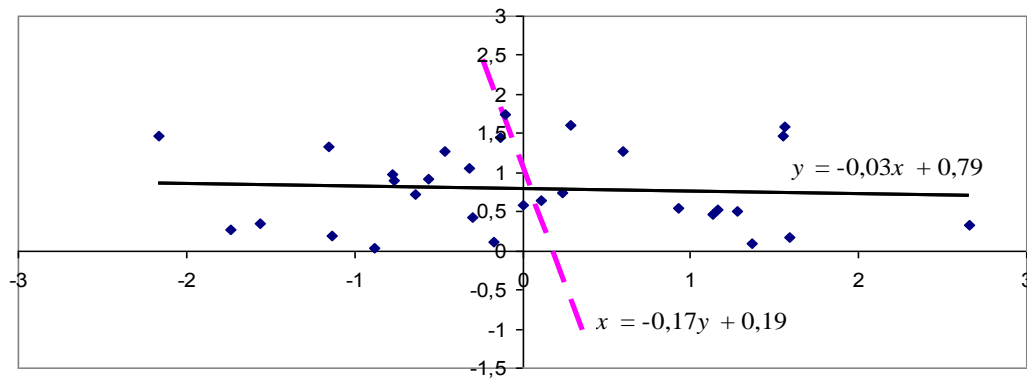


Рисунок 2

Задание 11. Критерий χ^2 - Пирсона

Для выборки X из задания 8, используя критерий согласия χ^2 - Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о том, что распределение наблюдаемой случайной величины ξ не противоречит равномерному закону с параметрами, найденными по выборке.

Решение

Выдвигаем основную гипотезу

$$H_0 : F(x) = F_0(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b, \\ 1, & x > b. \end{cases}$$

Равномерный закон распределения имеет два параметра a и b . В качестве оценок параметров возьмем оценки, полученные в задании 9,

$$\hat{a} = -1,89, \hat{b} = 1,99.$$

Интервальный вариационный ряд выборки X (задание 8) имеет вид:

Интервал	$[-2,16; -1,36)$	$[-1,36; -0,56)$	$[-0,56; 0,24)$	$[0,24; 1,04)$	$[1,04; 1,84)$	$[1,84; 2,65]$
Частота	3	6	10	3	7	1

Пользуясь построенным рядом, разобьем числовую ось $k = 6$ непесекающихся интервалов:

$$(z_1; z_2) = (-\infty; -1,36), [z_2; z_3) = [-1,36; -0,56), [z_3; z_4) = [-0,56; 0,24), \\ [z_4; z_5) = [0,24; 1,04), [z_5; z_6) = [1,04; 1,84), [z_6; z_7) = [1,84; +\infty).$$

Статистика критерия $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\mu_i - np_i)^2}{np_i}$ имеет χ^2 -распределение с

$(k - r - 1)$ степенями свободы,

где $r = 2$ – количество параметров, оценки которых получены по выборке,

$$p_i = P\{z_i \leq \xi < z_{i+1}\} = F(z_{i+1}) - F(z_i),$$

μ_i – число значений выборки, попавших в i -й интервал, $i = \overline{1, k}$.

Для вычисления статистики χ^2 составим таблицу 1.

Таблица 1

Интервал	Эмпирические частоты μ_i	Теоретические вероятности попадания в интервал $p_i^0 = F_0(z_{i+1}) - F_0(z_i)$	Теоретические частоты np_i^0	$\frac{(\mu_i - np_i^0)^2}{np_i^0}$
$(-\infty; -1,36)$	3	0,16667	5	0,8
$[-1,36; -0,56)$	6	0,16667	5	0,2
$[-0,56; 0,24)$	10	0,16667	5	5
$[0,24; 1,04)$	3	0,16667	5	0,8
$[1,04; 1,84)$	7	0,16667	5	0,8
$[1,84; +\infty)$	1	0,16667	5	3,2
	30	1,00		10,8

Наблюдаемое значение критерия

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^6 \frac{(\mu_i - np_i^0)^2}{np_i^0} \approx 10,8.$$

По таблице процентных точек распределения χ^2 найдем значение $\chi_{0,05;3}^2 = 7,815$, соответствующее $k - r - 1 = 6 - 2 - 1 = 3$ степеням свободы и уровню значимости $\alpha = 0,05$.

Поскольку $\chi_0^2 > \chi_{0,05;3}^2$, то гипотеза H_0 не согласуется с эмпирическими данными.

2 Варианты контрольных заданий

Задание 1. События и операции над ними

Вариант 1. Кубик (игральная кость) подбрасывается один раз. События: $A = \{\text{на верхней грани выпало четное число очков}\}$, $B = \{\text{на верхней грани выпало число очков, не большее 3}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 2. Одновременно подбрасывается две монеты. События: $A = \{\text{герб выпадает на одной монете}\}$, $B = \{\text{решка выпадает на двух монетах}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 3. Из четырех отобранных тузов наугад вытаскивается две карты. События: $A = \{\text{обе карты черной масти}\}$, $B = \{\text{карты разного цвета}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 4. Из партии, содержащей четыре детали, две из которых нестандартные, наугад извлекают две детали. События: $A = \{\text{обе детали стандартные}\}$, $B = \{\text{из двух извлеченных деталей одна стандартная, другая нестандартная}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 5. Из урны, содержащей два красных и два белых шара, наугад извлекается два шара. События: $A = \{\text{извлеченные шары одного цвета}\}$, $B = \{\text{извлеченные шары разного цвета}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 6. Кубик (игральная кость) подбрасывается один раз. События: $A = \{\text{на верхней грани выпало нечетное число очков}\}$, $B = \{\text{на верхней грани выпало число очков, кратное 2}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 7. Одновременно подбрасывается две монеты. События: $A = \{\text{решка выпадает на одной монете}\}$, $B = \{\text{герб выпадает на двух монетах}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить

через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 8. Из четырех отобранных тузов наугад вытаскивается две карты. События: $A = \{\text{обе карты красной масти}\}$, $B = \{\text{хотя бы одна карта красного цвета}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 9. Из партии, содержащей четыре детали, две из которых нестандартные, наугад извлекают две детали. События: $A = \{\text{обе детали нестандартные}\}$, $B = \{\text{хотя бы одна стандартная}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 10. Из урны, содержащей два красных и два белых шара, наугад извлекается два шара. События: $A = \{\text{шары белого цвета}\}$, $B = \{\text{хотя бы один шар белого цвета}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 11. Кубик (игральная кость) подбрасывается один раз. События: $A = \{\text{на верхней грани выпало число очков большее 3}\}$, $B = \{\text{на верхней грани не выпала 5}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 12. Одновременно подбрасывается две монеты. События: $A = \{\text{выпадает хотя бы одна решка}\}$, $B = \{\text{герб выпадает на первой монете}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 13. Из четырех отобранных тузов наугад вытаскивается две карты. События: $A = \{\text{среди извлеченных нет карт красной масти}\}$, $B = \{\text{вторая карта черного цвета}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 14. Из партии, содержащей четыре детали, две из которых нестандартные, наугад извлекают две детали. События: $A = \{\text{среди извлеченных нет стандартных деталей}\}$, $B = \{\text{первая деталь нестандартная}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 15. Из урны, содержащей два красных и два белых шара, наугад извлекается два шара. События: $A = \{\text{шары красного цвета}\}$, $B = \{\text{хотя бы один шар красного цвета}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 16. Кубик (игральная кость) подбрасывается один раз. События: $A = \{\text{на верхней грани выпало не менее двух очков}\}$, $B = \{\text{на верхней грани выпало число очков, кратное 3}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 17. Одновременно подбрасывается две монеты. События: $A = \{\text{выпадает хотя бы один герб}\}$, $B = \{\text{решка выпадает на второй монете}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 18. Из четырех отобранных тузов наугад вытаскивается две карты. События: $A = \{\text{среди извлеченных хотя бы одна карта черной масти}\}$, $B = \{\text{первая карта красного цвета}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 19. Из партии, содержащей четыре детали, две из которых нестандартные, наугад извлекают две детали. События: $A = \{\text{среди извлеченных хотя бы одна нестандартная деталь}\}$, $B = \{\text{вторая деталь стандартная}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Вариант 20. Из урны, содержащей два красных и два белых шара, наугад извлекается два шара. События: $A = \{\text{ни одного белого шара}\}$, $B = \{\text{второй шар красный}\}$. Построить множество элементарных исходов, выразить через эти исходы указанные события. Описать события AB , $A + B$, $A \setminus B$, \bar{B} .

Задание 2. Вычисление вероятностей с помощью комбинаторных формул

Вариант 1. В партии товара из двадцати предметов шесть оказались с дефектами. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу четырех предметов будет:

- а) ровно три дефектных;
- б) хотя бы два дефектных.

Вариант 2. Игральная кость подбрасывается шесть раз. Найти вероятность того, что:

- а) все шесть раз выпадет разное число очков;
- б) ровно два раза выпадет по пять очков.

Вариант 3. В коробке пятьдесят две пуговицы, из которых ровно пять красных. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу пяти пуговиц будет:

- а) ровно две красных;
- б) хотя бы две красных.

Вариант 4. Найти вероятность того, что наудачу выбранный пятизначный номер (от 00000 до 99999):

- а) не содержит одинаковых цифр;
- б) содержит ровно три цифры 6.

Вариант 5. В коробке девять одинаковых изделий, причем пять из них окрашены. Наудачу извлекают четыре изделия. Найти вероятность того, что среди извлеченных изделий:

- а) ровно три изделия окрашены;
- б) хотя бы два окрашены.

Вариант 6. Найти вероятность того, что наудачу задуманный семизначный шифр:

- а) содержит все разные цифры;
- б) содержит только пять одинаковых цифр.

Вариант 7. На складе имеется пятнадцать кинескопов, причем десять из них изготовлены Львовским заводом. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу кинескопов окажется:

- а) ровно два кинескопа Львовского завода;
- б) хотя бы два кинескопа Львовского завода.

Вариант 8. Регистр калькулятора содержит восемь разрядов. Считая, что появление любой цифры в каждом разряде на регистре равновероятно, найти вероятность того, что случайно набранное число:

- а) не содержит одинаковых цифр;
- б) содержит ровно четыре одинаковые цифры.

Вариант 9. В партии из десять деталей имеется восемь стандартных. Наудачу выбраны четыре детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей:

- а) ровно три стандартных;
- б) хотя бы две стандартных.

Вариант 10. Игральная кость бросается пять раз. Найти вероятность того, что:

- а) все пять раз выпадет разное число очков;
- б) ровно три раза выпадет по шесть очков.

Вариант 11. В коробке сорок восемь шаров, из которых десять желтых. Найти вероятность того, что среди извлеченных наудачу шести шаров будет:

- а) ровно четыре желтых;
- б) не менее двух желтых.

Вариант 12. Найти вероятность того, что наудачу выбранный регистрационный шестизначный номер (от 000001 до 999999):

- а) не содержит одинаковых цифр;
- б) содержит ровно четыре цифры 5.

Вариант 13. В партии товара из двести предметов шесть оказались с дефектами. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу четырех предметов будет:

- а) три дефектных;
- б) хотя бы два дефектных.

Вариант 14. Игральная кость подбрасывается шесть раз. Найти вероятность того, что:

- а) все шесть раз выпадет разное число очков;
- б) четыре раза выпадет по три очка.

Вариант 15. Из колоды в пятьдесят две карты наудачу извлекли четыре карты. Найти вероятность того, что среди них окажется:

- а) ровно два туза;
- б) хотя бы один туз.

Вариант 16. Найти вероятность того, что наудачу выбранный пятизначный номер (от 00000 до 99999):

- а) не содержит одинаковых цифр;
- б) содержит ровно четыре цифры 2.

Вариант 17. В коробке девять одинаковых изделий, причем пять из них окрашены. Наудачу извлекают четыре изделия. Найти вероятность того, что среди извлеченных изделий:

- а) два изделия окрашены;
- б) хотя бы одно окрашено.

Вариант 18. Найти вероятность того, что наудачу задуманный шестизначный шифр:

- а) содержит все разные цифры;
- б) содержит четыре одинаковые цифры.

Вариант 19. Регистр калькулятора содержит восемь разрядов. Считая, что появление любого числа на регистре равновероятно, найти вероятность того, что случайно набранное число:

- а) не содержит одинаковых цифр;
- б) содержит шесть одинаковых цифр.

Вариант 20. На складе имеется тринадцать телевизоров, причем девять из них черно-белых. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу четырех телевизоров окажется

- а) два цветных;
- б) хотя бы один цветной.

Задание 3. Формула полной вероятности. Формула Байеса

Вариант 1. Детали изготавливаются на двух станках. На первом станке – 30 % деталей, на втором – 70 % деталей. Среди деталей, изготовленных на первом станке, брак составляет 2 %, на втором – 5 %. Случайным образом взята одна деталь для контроля. Найти вероятности событий:

- а) деталь бракованная;
- б) деталь изготовлена на первом станке, если она при проверке оказалась без брака.

Вариант 2. Счетчик регистрирует частицы трех типов: α , β , γ . Вероятности появления этих частиц соответственно равны 0,3; 0,5; 0,2. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями соответственно равными 0,7; 0,3; 0,5. Найти вероятности событий:

- а) появившуюся частицу счетчик зарегистрирует;
- б) зарегистрированная частица есть частица типа β .

Вариант 3. Детали партии выпущены двумя заводами, причем детали, выпущенные первым заводом, составляют 40 % партии. Вероятность выпуска стандартной детали для первого завода равна 0,8, для второго – 0,95. Найти вероятности того, что случайным образом взятая деталь из партии:

- а) окажется стандартной;
- б) изготовлена первым заводом, если при проверке она оказалась нестандартной.

Вариант 4. В пункт связи поступают сигналы типов α , β , γ соответственно с вероятностями 0,2; 0,3; 0,5. Вследствие помех они мо-

гут быть зарегистрированы лишь с вероятностями 0,9; 0,93; 0,92 соответственно. Найти вероятности событий:

- а) поступивший сигнал зарегистрирован;
- б) регистрируемый сигнал есть сигнал типа α .

Вариант 5. Партия резисторов изготовлена двумя заводами, причем продукции первого завода в 2 раза больше, чем второго. Вероятность брака на первом заводе равна 0,03; на втором – 0,06. Найти вероятности того, что случайным образом взятая деталь партии

- а) оказалась бракованной;
- б) изготовлена первым заводом, если при проверке она оказалась бракованной.

Вариант 6. Количество грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит автозаправочная станция, относится к количеству легковых, проезжающих по тому же шоссе, как 5:2. Вероятность того, что проезжающая грузовая машина будет заправляться горючим, равна 0,04. Для легковой машины эта вероятность равна 0,07. Найти вероятности следующих событий:

- а) проезжающая машина будет заправляться горючим;
- б) подъехавшая на заправку машина – грузовая.

Вариант 7. Противник может применить в налете самолеты одного из двух типов α , β с вероятностями соответственно 0,6 и 0,4. Самолет типа α сбивается ракетой с вероятностью 0,7; типа β – с вероятностью 0,8. По появившемуся самолету выпущена ракета. Найти вероятности событий:

- а) самолет будет сбит;
- б) сбитый самолет типа α .

Вариант 8. Противник может применить ракеты одного из двух типов α , β с вероятностями соответственно 0,8 и 0,2. Каждая ракета типа α сбивается с вероятностью 0,8, типа β – с вероятностью 0,7. Найти вероятности следующих событий:

- а) запущенная ракета будет сбита;
- б) сбитая ракета типа α .

Вариант 9. В партии 30 % изделий произведено первым заводом и 70 % – вторым. Вероятность брака на первом заводе равна 0,02, на втором – 0,03. Из партии случайным образом взято одно изделие. Найти вероятности следующих событий:

- а) взятое изделие бракованное;
- б) взятое бракованное изделие изготовлено первым заводом.

Вариант 10. Детали изготавливаются на двух станках. На первом станке – 40 % деталей, на втором – 60 % деталей. Среди деталей, изготовленных на первом станке, брак составляет 3 %, на втором – 1 %. Случайным образом взята одна деталь для контроля. Найти вероятности событий:

- а) деталь бракованная;
- б) деталь изготовлена на втором станке, если она при проверке оказалась без брака.

Вариант 11. Счетчик регистрирует частицы трех типов: α , β , γ . Вероятности появления этих частиц соответственно равны 0,2; 0,4; 0,4. Частицы каждого из этих типов счетчик улавливает с вероятностями соответственно равными 0,8; 0,4; 0,3. Найти вероятности событий:

- а) появившуюся частицу счетчик зарегистрирует;
- б) зарегистрированная частица есть частица типа γ .

Вариант 12. Детали партии выпущены двумя заводами, причем детали, выпущенные первым заводом, составляют 30 % партии. Вероятность выпуска стандартной детали для первого завода равна 0,7, для второго – 0,85. Найти вероятности того, что случайным образом взятая деталь из партии:

- а) окажется стандартной;
- б) изготовлена вторым заводом, если она оказалась нестандартной.

Вариант 13. В пункт связи поступают сигналы типов α , β , γ соответственно с вероятностями 0,6; 0,3; 0,1. Вследствие помех они могут быть зарегистрированы лишь с вероятностями 0,96; 0,8; 0,93 соответственно. Найти вероятности событий:

- а) поступивший сигнал зарегистрирован;
- б) регистрируемый сигнал есть сигнал типа β .

Вариант 14. Партия резисторов изготовлена двумя заводами, причем продукции первого завода в 3 раза больше, чем второго. Вероятность брака на первом заводе равна 0,02; на втором – 0,03. Найти вероятности того, что случайным образом взятая деталь партии:

- а) оказалась бракованной;
- б) изготовлена вторым заводом, если при проверке она оказалась бракованной.

Вариант 15. Количество грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит автозаправочная станция, относится к количеству легковых, проезжающих по тому же шоссе, как 5:3. Вероятность того, что проезжающая грузовая машина будет заправляться горючим, равна 0,05. Для легковой машины эта вероятность равна 0,06.

Найти вероятности следующих событий:

- а) проезжающая машина будет заправляться горючим;
- б) подъехавшая на заправку машина – легковая.

Вариант 16. Противник может применить в налете самолеты одного из двух типов α , β с вероятностями соответственно 0,3 и 0,7. Самолет типа α сбивается ракетой с вероятностью 0,9; типа β – с вероятностью 0,92. По появившемся самолету выпущена ракета. Найти вероятности следующих событий:

- а) самолет будет сбит.
- б) сбитый самолет был типа β .

Вариант 17. Противник может применить ракеты одного из двух типов α , β с вероятностями соответственно 0,4 и 0,6. Каждая ракета типа α сбивается с вероятностью 0,85, типа β – с вероятностью 0,9. Найти вероятности следующих событий:

- а) запущенная ракета будет сбита;
- б) сбитая ракета типа β .

Вариант 18. В партии 60 % изделий произведено первым заводом и 40 % – вторым. Вероятность брака на первом заводе равна 0,01, на втором – 0,04. Из партии случайным образом взято одно изделие. Найти вероятности событий:

- а) взятое изделие бракованное;
- б) взятое бракованное изделие изготовлено вторым заводом.

Вариант 19. В группе из двадцати студентов, пришедших на экзамен, четыре подготовлены отлично, восемь – хорошо, шесть – посредственно, два – плохо. Отлично подготовленный студент может ответить на все тридцать вопросов. Хорошо – на двадцать четыре вопроса, посредственно – на пятнадцать, плохо – на семь. Найти вероятности событий:

- а) вызванный наудачу студент ответит на вопрос;
- б) вызванный наудачу студент хорошист, если он ответил на вопрос.

Вариант 20. В правом кармане имеются три жетона красного цвета и четыре жетона синего цвета. В левом кармане четыре – красного и пять – синего. Из правого кармана в левый наудачу переложили один жетон, затем из левого кармана наудачу достали один жетон. Найти вероятности событий:

- а) жетон синего цвета;
- б) из правого кармана в левый переложили красный жетон, если из левого кармана извлекли жетон синего цвета.

Задание 4. Схема Бернулли

Вариант 1. Двое играют в бильярд. Первый выигрывает партию с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что он выиграет из четырех партий (ничьи во внимание не принимаются):

- а) ровно три;
- б) все четыре;
- в) не менее двух партий.

Вариант 2. Стрелок попадает в цель с вероятностью 0,6. Найти вероятность, что он при четырех выстрелах попадет:

- а) ровно один раз;
- б) ни одного раза;
- в) не менее двух раз.

Вариант 3. Кубик подбрасывают пять раз. Найти вероятность, что четное число очков выпало:

- а) ровно три раза;
- б) все пять раз;
- в) не менее двух раз.

Вариант 4. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака 0,1. Какова вероятность того, что сообщение из пяти знаков содержит:

- а) ровно три искажения;
- б) пять искажений;
- в) не более трех искажений.

Вариант 5. Монету бросают четыре раза. Найти вероятность того, что «герб» выпадет:

- а) ровно один раз;
- б) ни одного раза;
- в) менее двух раз.

Вариант 6. В мастерской имеется четыре мотора. При существующем режиме работы вероятность того, что мотор в данный момент работает с полной нагрузкой равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент работают с полной нагрузкой:

- а) ровно два мотора;
- б) все четыре мотора;
- в) не менее двух моторов.

Вариант 7. Вероятность поломки прибора при одном испытании 0,2. Найти вероятность, что из пяти испытаний прибор выдержит:

- а) ровно одно испытание;

- б) ровно три испытания;
- в) хотя бы одно испытание.

Вариант 8. Счетчик регистрирует попавшие в него частицы с вероятностью 0,8. Найти вероятность, что из пяти попавших в него частиц он зарегистрирует:

- а) ровно две частицы;
- б) ни одной частицы;
- в) не менее трех частиц.

Вариант 9. Вероятность изготовления бракованной детали равна 0,4. Найти вероятность того, что среди четырех изготовленных деталей окажется:

- а) ровно две бракованные;
- б) все бракованные;
- в) не более трех бракованных.

Вариант 10. Деталь оказывается первосортной с вероятностью 0,8. Найти вероятность, что из четырех деталей первого сорта будет:

- а) ровно три детали;
- б) ни одной детали;
- в) хотя бы одна деталь.

Вариант 11. Двое играют в шахматы. Первый выигрывает партию с вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что он выиграет из четырех партий (ничьи во внимание не принимаются):

- а) ровно две;
- б) все четыре;
- в) не более двух партий.

Вариант 12. Стрелок попадает в цель с вероятностью 0,3. Найти вероятность, что он при четырех выстрелах попадет:

- а) ровно три раза;
- б) ни одного раза;
- в) не менее трех раз.

Вариант 13. Кубик подбрасывали пять раз. Найти вероятность, что нечетное число очков выпало:

- а) ровно два раза;
- б) все пять раз;
- в) не более двух раз.

Вариант 14. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака 0,2. Найти вероятность того, что сообщение, содержащее четыре знака, содержит:

- а) ровно два искажения;
- б) четыре искажения;
- в) не более трех искажений.

Вариант 15. Монету бросают четыре раза. Найти вероятность того, что «решка» выпадет:

- а) ровно два раза;
- б) ни одного раза;
- в) не менее двух раз.

Вариант 16. В мастерской имеется пять моторов. При существующем режиме работы вероятность того, что мотор в данный момент работает с полной нагрузкой равна 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент работают с полной нагрузкой:

- а) ровно один мотор;
- б) все пять моторов;
- в) не менее трех моторов.

Вариант 17. Вероятность поломки прибора при одном испытании 0,3. Найти вероятность, что из четырех испытаний прибор выдержит:

- а) ровно два испытания;
- б) ровно три испытания;
- в) хотя бы два испытания.

Вариант 18. Счетчик регистрирует попавшие в него частицы с вероятностью 0,7. Найти вероятность, что из пяти попавших в него частиц он зарегистрирует:

- а) ровно одну частицу;
- б) ни одной частицы;
- в) не менее двух частиц.

Вариант 19. Вероятность изготовления бракованной детали равна 0,2. Найти вероятность того, что среди четырех изготовленных деталей окажется:

- а) ровно три бракованные;
- б) все бракованные;
- в) более трех бракованных.

Вариант 20. Деталь оказывается первосортной с вероятностью 0,6. Найти вероятность, что из четырех деталей первого сорта будет:

- а) ровно две детали;
- б) ни одной детали;
- в) хотя бы две детали.

Задание 5. Дискретные случайные величины

Для заданной случайной величины ξ :

- а) построить ряд распределения;
- б) найти функцию распределения и построить ее график;
- в) найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение.

Вариант 1. Независимо друг от друга испытываются три одинаковых прибора. Вероятность отказа одного прибора при одном испытании равна 0,2. Случайная величина ξ – количество отказавших приборов.

Вариант 2. Вероятность попадания стрелком при одном выстреле равна 0,7. Стрелок делает три выстрела. Случайная величина ξ – количество попаданий в мишень.

Вариант 3. Игральная кость подбрасывается три раза. Случайная величина ξ – количество выпадений тройки.

Вариант 4. Вероятность того, что деталь нестандартная 0,1. Наудачу отобрали три детали. Случайная величина ξ – количество нестандартных деталей среди отобранных.

Вариант 5. Вероятность попадания мячом в корзину равна 0,3. Случайная величина ξ – количество попаданий при трех бросках.

Вариант 6. В течение дня прибор выходит из строя с вероятностью 0,2. Одновременно работают три прибора. Случайная величина ξ – количество вышедших из строя за день приборов.

Вариант 7. Стрелок попадает в цель с вероятностью 0,6. Случайная величина ξ – число попаданий при трех выстрелах.

Вариант 8. В урне пять шаров, из них три белых. Случайная величина ξ – число белых шаров среди трех отобранных.

Вариант 9. Игральная кость подбрасывается три раза. Случайная величина ξ – количество выпадений двойки.

Вариант 10. Вероятность того, что деталь нестандартная 0,2. Наудачу отобрали три детали. Случайная величина ξ – количество стандартных деталей среди отобранных.

Вариант 11. Стрелок попадает в цель с вероятностью 0,8. Случайная величина ξ – число промахов при трех выстрелах.

Вариант 12. Случайная величина ξ – число выпадений герба при трех подбрасываниях монеты.

Вариант 13. В партии 30 % деталей бракованных. Наудачу отобрали три детали. Случайная величина ξ – число стандартных среди отобранных деталей.

Вариант 14. В урне шесть шаров, из них три желтых. Случайная величина ξ – число желтых шаров среди трех отобранных.

Вариант 15. Случайная величина ξ – число выпадений четного числа очков при трех подбрасываниях игральной кости.

Вариант 16. Независимо друг от друга испытываются три одинаковых прибора. Вероятность отказа одного прибора при одном испытании равна 0,3. Случайная величина ξ – количество отказавших приборов.

Вариант 17. Вероятность попадания стрелком при одном выстреле равна 0,9. Стрелок делает три выстрела. Случайная величина ξ – количество промахов.

Вариант 18. Игральная кость подбрасывается три раза. Случайная величина ξ – количество выпадений шестерки.

Вариант 19. Вероятность того, что деталь нестандартная 0,3. Наудачу отобрали три детали. Случайная величина ξ – количество нестандартных деталей среди отобранных.

Вариант 20. Вероятность попадания мячом в корзину равна 0,6. Случайная величина ξ – количество попаданий при трех бросках.

Задание 6. Абсолютно непрерывные случайные величины

Задана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины ξ . Найти:

- а) константу C ;
- б) функцию распределения $F(x)$;
- в) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение случайной величины.

Вариант 1.

$$p(x) = \begin{cases} C(1+x^2), & x \in [0; \sqrt{3}]; \\ 0, & x \notin [0; \sqrt{3}]. \end{cases}$$

Вариант 2.
$$p(x) = \begin{cases} C / \sqrt{1-x^2}, & x \in [0; \sqrt{2} / 2]; \\ 0, & x \notin [0; \sqrt{2} / 2]. \end{cases}$$

Вариант 3.
$$p(x) = \begin{cases} C / x, & x \in [1 / e; e]; \\ 0, & x \notin [1 / e; e]. \end{cases}$$

Вариант 4.
$$p(x) = \begin{cases} C / x^3, & x \in [1; 2]; \\ 0, & x \notin [1; 2]. \end{cases}$$

Вариант 5.
$$p(x) = \begin{cases} C(2x - x^2), & x \in [0; 1]; \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Вариант 6.
$$p(x) = \begin{cases} Cx(1-x), & x \in [0; 1]; \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Вариант 7.
$$p(x) = \begin{cases} C\sqrt[3]{1-x}, & x \in [0; 1]; \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Вариант 8.
$$p(x) = \begin{cases} C / (x+1)^2, & x \in [0; 1]; \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Вариант 9.
$$p(x) = \begin{cases} 1 - Cx, & x \in [0; 2]; \\ 0, & x \notin [0; 2]. \end{cases}$$

Вариант 10.
$$p(x) = \begin{cases} C / x^2, & x \in [1; 3]; \\ 0, & x \notin [1; 3]. \end{cases}$$

Вариант 11.
$$p(x) = \begin{cases} C\sqrt{x}, & x \in [0; 1]; \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Вариант 12.
$$p(x) = \begin{cases} C(2-x), & x \in [0; 2]; \\ 0, & x \notin [0; 2]. \end{cases}$$

Вариант 13.
$$p(x) = \begin{cases} C(1-x/3), & x \in [0; 3]; \\ 0, & x \notin [0; 3]. \end{cases}$$

Вариант 14.
$$p(x) = \begin{cases} C\sqrt{1-x}, & x \in [0; 1]; \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Вариант 15.
$$p(x) = \begin{cases} C(1+x^2), & x \in [0; 1]; \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Вариант 16.
$$p(x) = \begin{cases} C / \sqrt{1-x^2}, & x \in [0; \sqrt{3}/2]; \\ 0, & x \notin [0; \sqrt{3}/2]. \end{cases}$$

Вариант 17.
$$p(x) = \begin{cases} C / x, & x \in [e; e^2]; \\ 0, & x \notin [e; e^2]. \end{cases}$$

Вариант 18.
$$p(x) = \begin{cases} C / x^2, & x \in [2; 4]; \\ 0, & x \notin [2; 4]. \end{cases}$$

Вариант 19.
$$p(x) = \begin{cases} 2C(x^3 - x), & x \in [0; 1]; \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Вариант 20.
$$p(x) = \begin{cases} Cx^2(1-x), & x \in [0; 1]; \\ 0, & x \notin [0; 1]. \end{cases}$$

Задание 7. Двумерные случайные величины

Для заданного распределения дискретной двумерной случайной величины (ξ, η) найти:

- а) одномерные распределения случайных величин;
 - б) совместную функцию распределения;
 - в) коэффициент корреляции случайных величин.
- Проверить независимость случайных величин.

Вариант 1.

$\eta \setminus \xi$	-1	0	1
-1	0,2	0,1	0,3
1	0,1	0,2	0,1

Вариант 2.

$\eta \setminus \xi$	0	2	4
-4	0,1	0,5	0,1
-2	0,1	0,1	0,1

Вариант 3.

$\eta \setminus \xi$	2	5	8
-3	0,15	0,15	0,3
0	0,2	0,1	0,1

Вариант 4.

$\eta \backslash \xi$	-2	1	4
3	0,2	0,1	0,3
0	0,1	0,1	0,2

Вариант 5.

$\eta \backslash \xi$	-5	0	5
-5	0,3	0,1	0,3
5	0,1	0,1	0,1

Вариант 6.

$\eta \backslash \xi$	0	3	6
-3	0,1	0,4	0,1
0	0,1	0,1	0,2

Вариант 7.

$\eta \backslash \xi$	2	3	5
2	0,15	0,1	0,2
3	0,25	0,1	0,2

Вариант 8.

$\eta \backslash \xi$	2	4	6
1	0,2	0,1	0,1
2	0,1	0,2	0,3

Вариант 9.

$\eta \backslash \xi$	-1	0	1
-1	0,2	0,11	0,3
1	0,11	0,19	0,09

Вариант 10.

$\eta \backslash \xi$	0	2	4
-4	0,15	0,4	0,05
-2	0,1	0,2	0,1

Вариант 11.

$\eta \backslash \xi$	2	5	6
-2	0,15	0,15	0,15
0	0,2	0,25	0,1

Вариант 12.

$\eta \backslash \xi$	0	1	6
0	0,1	0,2	0,3
3	0,1	0,1	0,2

Вариант 13.

$\eta \backslash \xi$	-4	0	4
-4	0,1	0,3	0,1
4	0,2	0,1	0,2

Вариант 14.

$\eta \backslash \xi$	0	2	4
-2	0,1	0,4	0,1
0	0,15	0,1	0,15

Вариант 15.

$\eta \backslash \xi$	1	3	5
2	0,2	0,2	0,1
4	0,2	0,2	0,1

Вариант 16.

$\eta \backslash \xi$	0	2	4
1	0,2	0,1	0,2
2	0,1	0,3	0,1

Вариант 17.

$\eta \backslash \xi$	-2	0	2
-2	0,5	0,05	0,05
2	0,1	0,2	0,1

Вариант 18.

$\eta \backslash \xi$	0	2	5
-2	0,1	0,5	0,1
-1	0,12	0,1	0,08

Вариант 19.

$\eta \backslash \xi$	2	3	8
0	0,4	0,1	0,1
2	0,2	0,1	0,1

Вариант 20.

$\eta \backslash \xi$	-2	1	4
0	0,2	0,12	0,3
7	0,1	0,18	0,1

Задание 8. Расчет выборочных характеристик

Для заданной выборки X построить вариационный ряд, вычислить следующие выборочные характеристики:

- 1) среднее;
- 2) дисперсию (смещенную и несмещенную);
- 3) среднее квадратическое отклонение;
- 4) медиану.

Построить гистограмму частот.

Задание 9. Точечные оценки параметров распределения

Предполагая, что выборка X получена из генеральной совокупности с плотностью распределения вероятностей

$$p(x) = \begin{cases} ax + b, & x \in [0, N/2]; \\ 0, & x \notin [0, N/2], \end{cases}$$

методом моментов найти оценки параметров a и b , N – номер варианта.

Задание 10. Коэффициент корреляции

Для заданных выборок X и Y :

- 1) вычислить выборочный коэффициент корреляции;
- 2) построить уравнения линейной регрессии Y на X и X на Y .

Задание 11. Критерий χ^2 -Пирсона

С помощью критерия χ^2 -Пирсона проверить гипотезу о том, что выборка X имеет равномерное распределение с параметрами, найденными по выборке. Уровень значимости $\alpha = 0,05$.

Литература

- 1 Боровков, А. А. Курс теории вероятностей / А. А. Боровков. – М.: Наука, 1976. – 432 с.
- 2 Бочаров, П. П. Теория вероятностей и математическая статистика / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 296 с.
- 3 Колмогоров, А. Н. Основные понятия теории вероятностей / А. Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1974. – 314 с.
- 4 Крамер, Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. – М.: Мир, 1975. – 464 с.
- 5 Малинковский, Ю. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие: в 2 ч. Ч. 1. Теория вероятностей / Ю. В. Малинковский. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. – 355 с.
- 6 Малинковский, Ю. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие: в 2 ч. Ч. 2. Математическая статистика / Ю. В. Малинковский. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. – 146 с.
- 7 Прохоров, А. В. Задачи по теории вероятностей / А. В. Прохоров, В. Г. Ушаков, Н. Г. Ушаков. – М.: Наука, 1986. – 328 с.
- 8 Севастьянов, Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики / Б. А. Севастьянов. – М.: Наука, 1980. – 256 с.
- 9 Севастьянов, Б. А. Сборник задач по теории вероятностей / Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков, А. М. Зубков. – М.: Наука, 1980. – 276 с.

Приложение А

(обязательное)

Выборки для заданий по математической статистике

Таблица А1

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0,9565	0,3995	0,9565	0,3995	2,9565	-1,9007	1,2466	1,5621
1,1505	-1,5554	1,1505	-1,5554	3,1505	-4,8330	1,0619	1,1362
0,5683	1,4885	0,5683	1,4885	2,5683	-0,2672	2,6601	2,5507
0,5958	3,5529	0,5958	3,5529	2,5958	2,8294	1,3296	-0,1149
1,8293	3,3967	1,8293	3,3967	3,8293	2,5951	2,1387	1,7705
0,7035	4,4663	0,7035	4,4663	2,7035	4,1994	2,6290	2,0015
1,7903	-3,3672	1,7903	-3,3672	3,7903	-7,5508	1,2950	-0,2715
0,1039	0,5316	0,1039	0,5316	2,1039	-1,7025	1,2173	-0,2169
1,3346	3,1900	1,3346	3,1900	3,3346	2,2851	1,6964	1,9136
1,4473	-1,1734	1,4473	-1,1734	3,4473	-4,2601	2,5003	1,4026
1,7368	-0,3804	1,7368	-0,3804	3,7368	-3,0706	1,4267	0,3127
1,8591	-2,3809	1,8591	-2,3809	3,8591	-6,0713	1,4492	1,6344
0,8981	-2,6938	0,8981	-2,6938	2,8981	-6,5407	1,5297	0,4864
1,4300	-0,9553	1,4300	-0,9553	3,4300	-3,9329	2,1829	1,0606
0,2882	-0,5470	0,2882	-0,5470	2,2882	-3,3205	2,5226	0,9500
1,1472	-3,2359	1,1472	-3,2359	3,1472	-7,3538	2,6555	-0,1459
0,8819	-0,1358	0,8819	-0,1358	2,8819	-2,7038	1,6514	-0,6135
1,9065	0,1919	1,9065	0,1919	3,9065	-2,2121	2,9283	2,7352
1,6578	1,2697	1,6578	1,2697	3,6578	-0,5954	1,9586	1,9631
0,3962	0,2690	0,3962	0,2690	2,3962	-2,0965	2,3188	3,2354
1,8003	0,3460	1,8003	0,3460	3,8003	-1,9810	1,7824	-0,5441
0,9399	0,2595	0,9399	0,2595	2,9399	-2,1107	2,0670	-0,1668
1,8361	3,6853	1,8361	3,6853	3,8361	3,0279	1,2636	2,2460
0,0921	0,8294	0,0921	0,8294	2,0921	-1,2559	2,2912	1,9076
1,8213	0,6277	1,8213	0,6277	3,8213	-1,5585	2,0510	1,0677
0,1485	-0,0264	0,1485	-0,0264	2,1485	-2,5396	1,1605	2,0174
0,6022	4,9444	0,6022	4,9444	2,6022	4,9166	2,9143	0,6859
1,9962	2,7313	1,9962	2,7313	3,9962	1,5970	2,6589	0,6193
1,3652	5,7513	1,3652	5,7513	3,3652	6,1270	2,6494	-0,1060
0,1589	-0,3098	0,1589	-0,3098	2,1589	-2,9647	1,2816	2,4228
1,4137	4,3229	1,4137	4,3229	3,4137	3,9844	1,7442	2,1348
0,7250	-2,2248	0,7250	-2,2248	2,7250	-5,8372	1,7661	0,7887
0,6140	2,0779	0,6140	2,0779	2,6140	0,6168	1,0096	-0,2490
1,3287	2,8044	1,3287	2,8044	3,3287	1,7066	1,7363	-0,4844
1,4878	4,8378	1,4878	4,8378	3,4878	4,7567	2,0273	1,2042
0,7572	0,8310	0,7572	0,8310	2,7572	-1,2536	1,2135	2,0579

Продолжение таблицы А1

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0,7429	-0,0476	0,7429	-0,0476	2,7429	-2,5714	2,0621	-0,5314
1,3014	2,3503	1,3014	2,3503	3,3014	1,0254	1,5398	0,9183
1,3864	0,2374	1,3864	0,2374	3,3864	-2,1440	2,3011	0,5115
0,9271	2,5152	0,9271	2,5152	2,9271	1,2728	1,6398	1,4353
0,6867	-1,8884	0,6867	-1,8884	2,6867	-5,3326	2,1373	0,2417
1,9565	-0,6945	1,9565	-0,6945	3,9565	-3,5417	1,9586	0,4715
0,4180	-2,0431	0,4180	-2,0431	2,4180	-5,5647	2,9897	1,0425
1,4704	0,2742	1,4704	0,2742	3,4704	-2,0886	2,1023	-0,8234
Вариант 5		Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0,4783	-0,3002	0,4932	2,2484	0,5240	-0,2427	0,4256	-0,8925
0,5752	-1,2777	0,1238	0,5447	0,0378	1,3642	0,6171	0,2021
0,2842	0,2443	3,3203	6,2028	0,5079	-7,2829	0,4285	-2,0826
0,2979	1,2765	0,6592	-4,4595	0,0605	-1,0113	0,2892	0,1270
0,9146	1,1984	2,2774	3,0821	0,0217	-4,9789	0,9646	-0,1695
0,3517	1,7331	3,2580	4,0059	0,2590	1,7613	0,2399	2,5742
0,8951	-2,1836	0,5900	-5,0859	0,7504	-4,6429	0,7885	2,8046
0,0519	-0,2342	0,4346	-4,8676	0,4682	5,3819	0,6828	-2,4558
0,6673	1,0950	1,3929	3,6545	0,8323	-7,6236	0,8890	0,8136
0,7237	-1,0867	3,0006	1,6102	0,4081	0,6823	0,5747	0,4378
0,8684	-0,6902	0,8534	-2,7492	0,5156	-1,3649	0,1884	1,6369
0,9295	-1,6904	0,8983	2,5375	0,6699	-1,5630	0,0848	0,2864
0,4490	-1,8469	1,0595	-2,0546	0,3309	-0,7775	0,4342	0,1317
0,7150	-0,9776	2,3658	0,2423	0,8131	2,8070	0,0157	-2,5171
0,1441	-0,7735	3,0453	-0,2001	0,9587	0,0139	0,6451	0,5982
0,5736	-2,1179	3,3110	-4,5836	0,2823	2,1387	0,3458	1,1800
0,4409	-0,5679	1,3029	-6,4541	0,9205	-3,6905	0,8456	1,7820
0,9532	-0,4040	3,8567	6,9408	0,0085	-2,6188	0,9348	1,6790
0,8289	0,1349	1,9173	3,8522	0,7483	0,3877	0,2197	-2,1998
0,1981	-0,3655	2,6377	8,9416	0,9840	-2,3304	0,2537	0,1494
0,9001	-0,3270	1,5649	-6,1764	0,0126	2,2875	0,3460	1,5761
0,4700	-0,3702	2,1341	-4,6672	0,9156	0,1096	0,4037	-1,2205
0,9180	1,3426	0,5271	4,9839	0,1499	-1,7154	0,9744	2,2868
0,0461	-0,0853	2,5825	3,6304	0,3884	3,3925	0,2885	3,1009
0,9106	-0,1862	2,1020	0,2709	0,0353	-0,7030	0,9960	-0,2740
0,0743	-0,5132	0,3211	4,0696	0,9467	-0,3149	0,2397	-0,8301
0,3011	1,9722	3,8286	-1,2564	0,3395	-2,9529	0,9622	-0,7474
0,9981	0,8657	3,3177	-1,5227	0,2308	-0,2487	0,2777	2,9133
0,6826	2,3757	3,2988	-4,4238	0,4958	2,9630	0,8524	1,2391
0,0794	-0,6549	0,5632	5,6913	0,9394	2,1186	0,1535	-2,5124

Продолжение таблицы А1

Вариант 5		Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0,7069	1,6615	1,4883	4,5390	0,2246	1,7246	0,9064	-3,2828
0,3625	-1,6124	1,5322	-0,8451	0,0263	1,4865	0,9836	-1,3204
0,3070	0,5389	0,0193	-4,9959	0,6329	1,6145	0,3322	-0,8966
0,6643	0,9022	1,4726	-5,9377	0,3269	5,3774	0,2832	-2,3051
0,7439	1,9189	2,0546	0,8167	0,5592	-0,1956	0,7256	4,0165
0,3786	-0,0845	0,4270	4,2315	0,8545	7,2190	0,1527	-0,9970
0,3714	-0,5238	2,1242	-6,1255	0,6867	-4,6536	0,1880	-1,3026
0,6507	0,6751	1,0795	-0,3267	0,4511	-2,8010	0,8932	-1,4087
0,6932	-0,3813	2,6023	-1,9540	0,6279	2,6208	0,5607	-0,8302
0,4635	0,7576	1,2796	1,7412	0,4273	1,2144	0,0606	1,6943
0,3434	-1,4442	2,2746	-3,0333	0,3205	-1,4410	0,0006	3,0325
0,9783	-0,8472	1,9173	-2,1138	0,4249	3,5004	0,5210	-2,7173
0,2090	-1,5216	3,9794	0,1700	0,2864	1,0152	0,4598	-2,3279
0,7352	-0,3629	2,2045	-7,2937	0,0968	-0,9655	0,0805	0,4817
Вариант 9		Вариант 10		Вариант 11		Вариант 12	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
5,9565	2,6998	1,2329	-1,4379	2,6199	3,7573	0,8512	-2,3388
6,1505	1,7223	0,3095	-1,8638	0,1891	5,3642	1,2343	-0,6969
5,5683	3,2443	8,3007	-0,4493	2,5393	-3,2829	0,8570	-4,1239
5,5958	4,2765	1,6480	-3,1149	0,3024	2,9887	0,5784	-0,8095
6,8293	4,1984	5,6935	-1,2295	0,1083	-0,9789	1,9292	-1,2542
5,7035	4,7331	8,1451	-0,9985	1,2951	5,7613	0,4798	2,8613
6,7903	0,8164	1,4750	-3,2715	3,7521	-0,6429	1,5770	3,2068
5,1039	2,7658	1,0865	-3,2169	2,3409	9,3819	1,3656	-4,6837
6,3346	4,0950	3,4822	-1,0864	4,1614	-3,6236	1,7781	0,2204
6,4473	1,9133	7,5014	-1,5974	2,0406	4,6823	1,1493	-0,3434
6,7368	2,3098	2,1335	-2,6873	2,5779	2,6351	0,3768	1,4554
6,8591	1,3096	2,2459	-1,3656	3,3497	2,4370	0,1696	-0,5704
5,8981	1,1531	2,6487	-2,5136	1,6547	3,2225	0,8684	-0,8024
6,4300	2,0224	5,9145	-1,9394	4,0657	6,8070	0,0314	-4,7756
5,2882	2,2265	7,6131	-2,0500	4,7935	4,0139	1,2903	-0,1027
6,1472	0,8821	8,2775	-3,1459	1,4116	6,1387	0,6916	0,7700
5,8819	2,4321	3,2572	-3,6135	4,6025	0,3095	1,6912	1,6730
6,9065	2,5960	9,6417	-0,2648	0,0424	1,3812	1,8696	1,5185
6,6578	3,1349	4,7932	-1,0369	3,7413	4,3877	0,4394	-4,2997
5,3962	2,6345	6,5941	0,2354	4,9202	1,6696	0,5074	-0,7759
6,8003	2,6730	3,9122	-3,5441	0,0632	6,2875	0,6920	1,3641
5,9399	2,6298	5,3352	-3,1668	4,5779	4,1096	0,8074	-2,8307
6,8361	4,3426	1,3178	-0,7540	0,7497	2,2846	1,9487	2,4302
5,0921	2,9147	6,4562	-1,0924	1,9420	7,3925	0,5769	3,6513

Продолжение таблицы А1

Вариант 9		Вариант 10		Вариант 11		Вариант 12	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
6,8213	2,8138	5,2550	-1,9323	0,1764	3,2970	1,9921	-1,4110
5,1485	2,4868	0,8026	-0,9826	4,7337	3,6851	0,4793	-2,2451
5,6022	4,9722	9,5715	-2,3141	1,6973	1,0471	1,9243	-2,1211
6,9962	3,8657	8,2943	-2,3807	1,1542	3,7513	0,5554	3,3700
6,3652	5,3757	8,2470	-3,1060	2,4792	6,9630	1,7048	0,8587
5,1589	2,3451	1,4081	-0,5772	4,6971	6,1186	0,3070	-4,7685
6,4137	4,6615	3,7208	-0,8652	1,1232	5,7246	1,8127	-5,9242
5,7250	1,3876	3,8304	-2,2113	0,1317	5,4865	1,9671	-2,9807
5,6140	3,5389	0,0482	-3,2490	3,1645	5,6145	0,6644	-2,3448
6,3287	3,9022	3,6814	-3,4844	1,6343	9,3774	0,5664	-4,4577
6,4878	4,9189	5,1366	-1,7958	2,7960	3,8044	1,4512	5,0247
5,7572	2,9155	1,0675	-0,9421	4,2724	11,2190	0,3054	-2,4955
5,7429	2,4762	5,3105	-3,5314	3,4336	-0,6536	0,3760	-2,9539
6,3014	3,6751	2,6988	-2,0817	2,2555	1,1990	1,7864	-3,1130
6,3864	2,6187	6,5056	-2,4885	3,1397	6,6208	1,1213	-2,2453
5,9271	3,7576	3,1990	-1,5647	2,1364	5,2144	0,1212	1,5414
5,6867	1,5558	5,6865	-2,7583	1,6024	2,5590	0,0012	3,5487
6,9565	2,1528	4,7932	-2,5285	2,1247	7,5004	1,0419	-5,0759
5,4180	1,4784	9,9484	-1,9575	1,4319	5,0152	0,9196	-4,4918
6,4704	2,6371	5,5113	-3,8234	0,4842	3,0345	0,1610	-0,2774
Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15		Вариант 16	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0,1407	-0,5375	0,0627	-0,9612	0,3103	-3,9241	0,6312	0,6177
0,1120	-3,2926	0,1823	-0,4644	0,0880	-1,5078	0,0705	-0,0146
0,6047	1,9892	0,7905	0,0642	0,6421	-1,4492	0,4057	-0,0627
0,0355	-1,3636	0,8988	-0,3702	0,2654	0,6493	0,7020	1,4732
0,1313	-4,9825	0,1108	0,6332	0,1988	1,8404	0,6238	-0,6242
0,8348	4,8179	0,7855	1,1656	0,5098	-0,5886	0,7773	2,0240
0,7845	-2,3817	0,0536	-0,2379	0,1799	-0,2186	0,0070	0,5368
0,1565	0,2506	0,7002	-1,6707	0,0487	4,8221	0,4068	-0,3778
0,6715	1,5299	0,5564	0,5337	0,2382	-2,8583	0,9619	-0,8817
0,8502	3,5086	0,0550	0,6114	0,4830	0,0699	0,4705	-1,5743
0,7936	1,8205	0,0210	1,8469	0,2061	-4,3176	0,6114	0,3937
0,0751	-1,9801	0,7476	1,3242	0,4706	-1,8015	0,1216	0,7114
0,7438	-3,4922	0,3786	0,8843	0,4580	0,4217	0,4929	0,6865
0,1505	1,3117	0,0591	-0,3241	0,4088	3,3808	0,0714	-0,4685
0,3346	0,7958	0,0912	-1,8632	0,5512	0,4491	0,5649	-2,4425
0,1429	-0,0364	0,8483	-1,8271	0,4381	2,1455	0,9789	-0,6774
0,4152	5,1139	0,3686	0,2097	0,4400	-1,2666	0,8088	0,6094
0,6702	-7,9039	0,2750	-0,5393	0,1314	0,5468	0,3378	0,9082

Продолжение таблицы А1

Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15		Вариант 16	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
0,6992	0,6418	0,9721	-0,0271	0,4107	5,7238	0,4929	-1,8473
0,7022	-3,5960	0,8219	-0,8631	0,6773	-6,3029	0,9058	-0,7060
0,5068	3,2568	0,1259	1,2015	0,5670	4,8945	0,2182	0,4572
0,9014	1,1469	0,2102	1,2065	0,3193	-5,1557	0,5724	1,0689
0,0440	0,7162	0,7038	0,4814	0,8291	-1,3973	0,3006	-0,4056
0,8831	-2,7542	0,6553	-0,4979	0,4078	1,1122	0,2474	0,8728
0,3280	0,9074	0,1742	0,2499	0,6246	-2,7142	0,0025	-1,1535
0,3172	3,0010	0,2758	-1,4741	0,7848	0,7021	0,4809	-1,2773
0,2467	1,3746	0,9291	0,3949	0,3640	-3,4152	0,7226	0,5328
0,6604	2,3491	0,2959	-0,3633	0,4718	-2,3351	0,7440	1,2577
0,6306	2,1708	0,7954	-1,8222	0,0370	-0,7916	0,6101	-1,7563
0,1328	8,9446	0,5173	0,4534	0,8995	-0,7344	0,2125	0,7745
0,7486	-8,0536	0,5392	-1,1222	0,4653	0,6736	0,3274	0,0545
0,9512	1,0997	0,0125	1,9808	0,3257	-0,5996	0,1415	-0,1023
0,4412	5,0428	0,0801	-0,6472	0,5203	-2,2603	0,9474	0,0052
0,4351	-1,9551	0,0987	-1,4041	0,7625	-6,9745	0,1130	-0,5383
0,2893	-0,9496	0,2098	0,6282	0,5964	-1,9593	0,3833	-0,8871
0,0349	-2,2771	0,1170	0,0848	0,7977	0,9607	0,2199	-1,3666
0,9258	1,4984	0,3238	2,1819	0,4315	5,3580	0,4214	2,5335
0,2134	3,6230	0,8185	-0,9445	0,2754	2,6050	0,2215	1,8737
0,9408	-3,6421	0,6168	-0,7417	0,6326	1,1041	0,4915	1,3327
0,0772	1,4979	0,4931	1,9538	0,0208	1,6549	0,5175	-1,2924
0,9438	0,8509	0,7890	-0,8979	0,5972	-2,1219	0,8904	-0,8217
0,3210	-3,8818	0,5330	-1,0949	0,7833	0,8643	0,0437	-0,6275
0,3462	1,9491	0,4097	-0,6134	0,5648	1,1947	0,3938	-0,8021
0,0377	-0,2602	0,0020	-0,8617	0,4446	-0,9561	0,5341	0,4846
Вариант 17		Вариант 18		Вариант 19		Вариант 20	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
7,2864	4,9575	5,0335	-3,4627	2,9401	-2,0722	6,1879	2,0387
8,6031	-3,5284	6,1959	0,2256	2,4372	0,5085	6,5470	2,5355
8,6547	-3,2443	7,0579	-0,2951	2,1042	-1,2653	3,6284	3,0641
8,6931	0,3407	4,8876	-4,4497	2,6760	-3,3656	3,3035	2,6297
8,4035	1,2444	8,2617	-1,8726	2,5978	0,8513	6,3322	3,6331
7,5795	0,2836	2,7191	3,7800	2,3563	-3,3704	3,6434	4,1655
8,7771	3,2254	2,5971	-7,7690	2,7037	-1,0195	5,8392	2,7621
7,0656	3,5986	2,7460	1,3298	2,7083	2,0124	3,8994	1,3293
7,3830	-0,3496	3,8483	-1,4263	2,3074	2,9092	7,6691	3,5337
7,4003	-3,0852	3,6971	-1,8509	2,9106	-1,5200	5,8349	3,6114
7,8841	0,2028	2,7740	0,8883	2,6800	1,9765	5,9371	4,8469
7,4924	-6,7735	2,9026	0,7572	2,7931	-2,9185	3,7573	4,324

Окончание таблицы А1

Вариант 17		Вариант 18		Вариант 19		Вариант 20	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
8,4881	-3,0854	6,2525	-1,2354	2,2170	-5,1680	7,1359	3,8842
8,0426	-3,4606	8,0579	-2,9429	2,0748	-7,5553	5,8226	2,6759
8,7454	-3,6678	6,3935	2,1251	2,3540	-6,1795	6,2736	1,1368
8,5640	-6,7710	4,6804	-0,9960	2,7339	6,9314	3,4550	1,1729
8,2486	-1,7393	5,7906	1,8554	2,1174	12,7206	7,1057	3,2097
8,0112	-0,6544	6,4909	1,9597	2,3713	-1,4542	5,1749	2,4606
8,5619	-3,5846	5,9654	2,1011	2,9735	-9,7924	3,0836	2,9728
7,5300	-1,9744	7,3106	-4,3103	2,8426	-0,5380	8,4656	2,1368
7,3579	-1,7660	7,9861	-0,8019	2,4074	-2,7982	5,622	4,2014
8,8990	-3,0441	4,2779	-1,0906	2,1004	-0,0957	5,3692	4,2065
8,5364	-5,9507	7,5915	-5,8104	2,6478	-5,7645	8,1113	3,4813
7,8376	0,4199	7,1472	3,3015	2,2604	5,1230	4,0340	2,5020
7,3078	0,8371	4,2976	-2,2568	2,7557	3,0724	6,5226	3,2498
7,7316	-2,1351	4,9795	-2,2428	2,4786	5,0874	5,1726	1,5258
8,0888	-3,7610	7,2803	-3,7731	2,5579	-7,3937	3,2127	3,3949
8,7361	2,3274	6,5990	3,2722	2,4524	7,3314	5,1121	2,6367
8,8243	-2,5009	5,6990	-6,4109	2,2423	-4,8303	8,3862	1,1777
7,9104	-2,8502	8,5723	1,1869	2,3413	-0,6071	7,5517	3,4534
7,2781	-5,7067	7,9062	-0,8575	2,4735	11,8753	4,3824	1,8778
8,2603	-1,0244	6,1231	-1,3158	2,7825	-1,1716	6,0376	4,9808
8,1665	-4,1183	8,0758	-1,3202	2,2581	-4,4267	6,2403	2,3528
8,5650	0,2421	4,1333	-2,5456	2,5665	-0,5633	6,2961	1,5958
7,9940	2,2843	3,5375	2,1211	2,1069	14,4968	6,6292	3,6282
7,9062	-5,1164	3,1196	-0,2144	2,5746	0,3079	5,6490	3,0848
8,3518	-4,9144	6,9103	0,6605	2,9473	-1,3039	6,9713	5,1819
7,1284	-3,2089	3,6605	-4,1445	2,8748	-2,9739	3,5445	2,0555
7,4807	-0,4228	8,3454	-0,8824	2,3375	4,6311	4,1495	2,2582
8,3094	0,0139	4,0797	-7,7545	2,5663	3,7035	4,5205	4,9538
7,3688	-2,9674	7,2215	-2,6493	2,4705	4,7841	8,3669	2,1020
8,9484	-3,5378	6,1278	3,3568	2,1635	-1,4122	4,4009	1,9051
8,7551	-3,9750	7,8167	1,1750	2,8355	-6,7841	7,2291	2,3866
8,2406	-4,4566	3,8191	-7,0756	2,1614	7,3977	6,0059	2,1383

Производственно-практическое издание

Дудовская Юлия Евгеньевна
Якубович Оксана Владимировна
Боярович Юлия Сигизмундовна

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Практическое руководство

для студентов заочного факультета специальности 1-40 01 01
«Программное обеспечение информационных технологий»

Редактор *В. И. Шкредова*
Корректор *В. В. Калугина*

Подписано в печать 27.12.2012. Формат 60х84 1/16.
Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 2,79.
Уч.-изд. л. 3,1. Тираж 30 экз. Заказ № 696.

Издатель и полиграфическое исполнение :
учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины».
ЛИ № 02330/0549481 от 14.05.2009.
Ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель.

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Ю. Е. Дудовская, О. В. Якубович, Ю. С. Боярович

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Гомель
2012

